- **解答例に関して**: 院試の問題について受験生同士で議論できればなぁ, と作りました. 解答例が正答であることは保証しません. 間違えてたり, もっといい方法があれば指摘して欲しいと思います.

$\boxed{\text{b}}$ – $\boxed{2}$ (論理回路) 解答例 2009.07.28 第 2 版

(i) 回路の動作を表す状態遷移図を考える.

時刻 t における出力 $z(t)$ は, その時点の入力 $x(t)$ と過去の入力 $x(t-1)$, $x(t-2)$ によって決まる. よって回路の状態は, 過去の 2 入力に依存する表示を行うのが適当である. $x(t-2)$ を MSB, $x(t-1)$ を LSB とする 2 bits を引数にとる形式 ($S(01)$ というような形式) で状態を表すこととする.

出力 z が 1 を出力するのは直近の 3 入力が 3 の倍数であるときだけだということを考えて, 各状態における入力 x に対する 出力 z と状態遷移を状態遷移図の形で表すと図 1 となる.

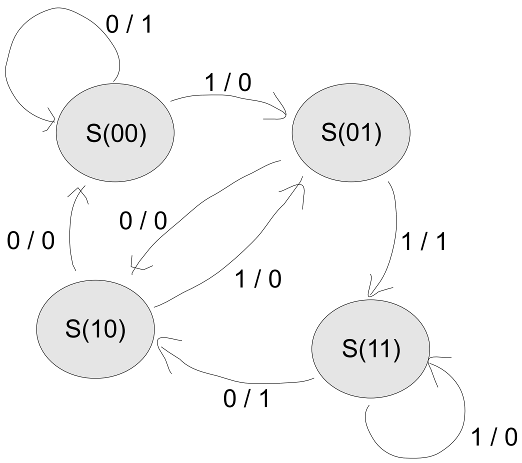

図 1: 状態遷移図

(ii) 図 1 には 4 つの状態が出てきているが, 状態数を最小化しようとするとすぐわかるように既に最小化されており, これ以上状態数を減らすことはできない. 4 つの状態を $S_0 \equiv S(00)$, $S_1 \equiv S(01)$, $S_2 \equiv S(10)$, $S_3 \equiv S(11)$ と定義しなおす.

図 1 の時点で既に最小化されているので, 図 1 をそのまま表に書き起こせば状態遷移表および出力表ができる. 状態遷移表を表 1 に, 出力表を表 2 にそれぞれ示す.

表 1: 状態遷移表

	入力 x	
現状態	0	1
S_0	S_0	S_1
S_1	S_2	S_3
S_2	S_0	S_1
S_3	S_2	S_3

表 2: 出力表

	入力 x	
現状態	0	1
S_0	1	0
S_1	0	1
S_2	0	0
S_3	1	0

また, 状態数が最小であることを確認する方法であるが, $S_0 \sim S_3$ のそれぞれの状態に対して入力 000 を与えることを考えると,

- S_0 では出力が 111
- S_1 では出力が 001

- S_2 では出力が 011
- S_3 では出力が 101

となり, 各状態が互いに等価でない事が確認できる. 各状態が互いに等価でないということは, 状態数が最小化されているということである.

最後に, 011001 が入力された場合の状態遷移の様子を説明し, 出力が 101100 となることを説明する. 初期状態は S_0 である. 時系列順に各入力に対して状態がどのように遷移し, 出力の値がどうなるかを説明する.

- 初期状態 S_0 に対して, まず 0 が入力される. 状態は S_0 のままで, 出力は 1.
- 次に 1 が入力される. 状態は S_1 に遷移し, 出力は 0.
- 次も 1 が入力される. 状態は S_3 に遷移し, 出力は 1.
- 次は 0 が入力される. 状態は S_2 に遷移し, 出力は 1.
- 次も 0 が入力される. 状態は S_0 に遷移し, 出力は 0.
- 最後は 1 が入力される. 状態は S_1 に遷移し, 出力は 0.

このことより, 入力 011001 に対する出力は 101100 であることがわかる.

(iii) 状態数は 4 なので, 2 つの D フリップフロップを使用すればよい. 各状態に対する符号の割り当てを以下のように決める.

- S_0: 00
- S_1: 01
- S_2: 10
- S_3: 11

このとき, 遷移表と出力表を書き直すと表 3 になる.

表 3: 遷移表および出力表をフリップフロップレベルで書き直したもの

			$q_1(t+1)$		$q_2(t+1)$		$z(t)$	
			入力 x		入力 x		入力 x	
	$q_1(t)$	$q_2(t)$	0	1	0	1	0	1
S_0	0	0	0	0	0	1	1	0
S_1	0	1	1	1	0	1	0	1
S_3	1	1	1	1	0	1	1	0
S_2	1	0	0	0	0	1	0	0

(a) 表 3 より,

$$q_1(t+1) = q_2(t),$$
$$q_2(t+1) = x(t)$$

である. よって, 各フリップフロップの入力 d_1, d_2 を与える論理関数の最小積和形表現は

$$d_1 = q_2,$$
$$d_2 = x.$$

(b) 表 3 より, 出力 z の最小積和形表現は

$$z = \overline{x} \cdot \overline{q_1} \cdot \overline{q_2} + x \cdot \overline{q_1} \cdot q_2 + \overline{x} \cdot q_1 \cdot q_2.$$

(c) 表 3 より, 出力の否定 $\overline{z}$ の最小積和形表現は

$$\overline{z} = x \cdot \overline{q_1} \cdot \overline{q_2} + x \cdot q_1 + x \cdot \overline{q_2} + q_1 \cdot \overline{q_2}$$

である. よって z の最小和積形表現は

$$\begin{aligned}
z = \overline{\overline{z}} &= \overline{x \cdot \overline{q_1} \cdot \overline{q_2} + x \cdot q_1 + x \cdot \overline{q_2} + q_1 \cdot \overline{q_2}} \\
&= (\overline{\overline{x} \cdot \overline{q_1} \cdot q_2})(\overline{x \cdot q_1})(\overline{x \cdot \overline{q_2}})(\overline{q_1 \cdot \overline{q_2}}) \\
&= (x + q_1 + \overline{q_2})(\overline{x} + \overline{q_1})(\overline{x} + q_2)(\overline{q_1} + q_2).
\end{aligned}$$

(d) 出力 z を与える論理回路は, 図 2 である.

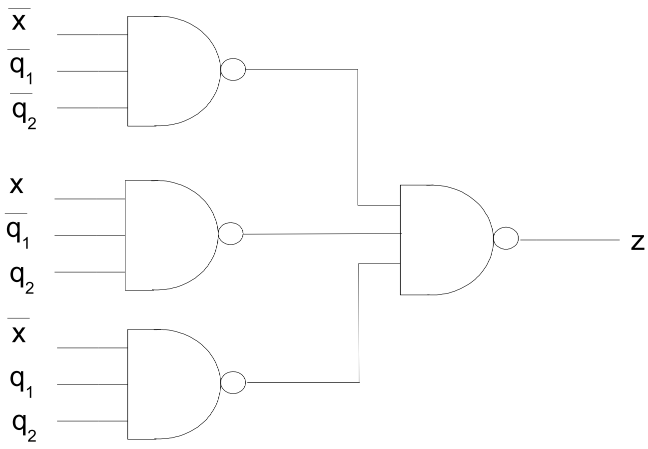

図 2: 出力 z を与える回路

修正箇所

- May 24, 2009 : 初版
- July 28, 2009 : 第 2 版
  問題 (iii) の出力表の z が, 状態 S_2 と S_3 に関して逆になってしまっていたので修正しました. 指摘ありがとうございます.